

## TABLE DES MATIÈRES

<b>DÉDICACE</b> .....	5
<b>AVANT-PROPOS</b> .....	7
<b>SOMMAIRE</b> .....	11
<b>INTRODUCTION</b> .....	13

### Partie 1 - LES BASES DESCRIPTIVES ET PROBABILISTES

<b>Chapitre 1 - RAPPELS DE STATISTIQUE DESCRIPTIVE</b> .....	21
1. Introduction.....	21
2. Caractères quantitatifs et qualitatifs, codages et variables.....	22
2.1 Définitions.....	22
2.2 Codages.....	24
3. La fréquence : définition et grandes règles de calcul associées.....	25
3.1 Règles de calcul pour modalités incompatibles.....	25
3.2 Règles de calcul pour modalités non incompatibles.....	27
4. Moyenne, variance, coefficient de corrélation.....	30
4.1 La moyenne.....	30
4.2 La variance.....	32
4.3 La corrélation entre deux variables quantitatives.....	35
5. Fréquences conjointes, marginales, conditionnelles et indépendance.....	39
5.1 Effectifs et fréquences conjointes.....	39
5.2 Effectifs et fréquences marginales.....	41
5.3 Effectifs et fréquences conditionnelles.....	43
5.4 Premières notions sur l'indépendance.....	46
6. Histogramme.....	48
<b>Chapitre 2 - PROBABILITÉS ET VARIABLES ALÉATOIRES</b> .....	53
1. Expériences aléatoires et événements associés.....	53
2. Probabilité.....	54
2.1 L'approche intuitive (ou classique).....	54
2.2 L'approche intuitive fréquentielle.....	55
2.3 L'approche générale.....	56
2.4 Remarque : choix de l'approche fréquentielle dans cet ouvrage.....	57
3. Variables aléatoires.....	58
3.1 Définition.....	58
3.2 Distribution de probabilités - Variables aléatoires discrètes et continues.....	59
3.3 Espérance et variance d'une variable aléatoire.....	65
3.3.1 L'espérance.....	65
3.3.2 La variance.....	66
4. Indépendance de variables aléatoires.....	68
5. Trois types de variables aléatoires fondamentales.....	72
5.1 Variables aléatoires de Bernoulli.....	72
5.2 La loi binomiale.....	73
5.2.1 Présentation.....	73
5.2.2 Lecture de la table associée à une loi $\mathcal{B}(n, \pi)$ pour $n \leq 10$ .....	77
5.2.3 Approximation de la loi binomiale par une loi de Poisson.....	80
5.3 Variables aléatoires normales $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ .....	83
5.3.1 Présentation.....	83
5.3.2 Lecture des tables associées à la loi $\mathcal{N}(0, 1)$ .....	86
5.3.3 Approximation des lois binomiales par des lois normales.....	89
6. Sept expressions particulièrement utiles au calcul des probabilités.....	90

## Partie 2 - INTRODUCTION AUX CONCEPTS ET PROCÉDURES DE L'INFÉRENCE STATISTIQUE

<b>Chapitre 3 - CONCEPTS FONDAMENTAUX DE L'INFÉRENCE STATISTIQUE</b> .....	93
1. Populations et échantillons .....	93
1.1 La population et ses caractéristiques statistiques sont par nature inconnues .....	93
1.2 Le caractère inconnu des paramètres populationnels rend nécessaire l'étude d'échantillons pour s'informer .....	95
2. Statistiques et distributions d'échantillonnage .....	97
2.1 Indice statistique sur un échantillon observé et triplet {expérience et variable aléatoire, distribution de probabilités} :.....	97
2.2 Indice statistique sur plusieurs échantillons observés et triplet {expérience et variable aléatoire, distribution de probabilités} .....	100
<b>Chapitre 4 - INTRODUCTION AUX TESTS D'HYPOTHÈSES: LE CAS DES TESTS SUR DES DISTRIBUTIONS ET SUR L'INDÉPENDANCE</b> .....	103
1. Introduction sur la base d'un exemple.....	103
1.1 Hypothèse nulle et hypothèse alternative .....	103
1.2 Indice d'accord entre l'attendu si $H_0$ était vraie et les observations réalisées .....	106
1.3 La p-value .....	108
1.4 Calcul pratique de la p-value: utilisation de la table du $\chi^2$ .....	110
1.5 Seuil de test ( $\alpha$ ) et conclusion .....	114
2. Tests d'hypothèses: cas général et test du $\chi^2$ d'adéquation à une distribution théorique.....	115
2.1 Cas général .....	115
2.2 Deux concepts supplémentaires fondamentaux: erreurs de première et seconde espèce .....	116
2.3 Le test du $\chi^2$ d'adéquation à une distribution théorique.....	117
2.3.1 Petite explication de la dénomination du test .....	117
2.3.2 Le test dans le cas général .....	117
3. Autres exemples d'utilisation du test du $\chi^2$ d'adéquation.....	119
3.1 Le rôle pondérateur des « $N\pi_j$ » du dénominateur .....	119
3.2 Ajustement à une loi binomiale : cas où $\pi$ n'est pas estimée .....	121
3.3 Ajustement à une loi binomiale : cas où $\pi$ doit être estimée .....	123
4. Autres tests classiques du $\chi^2$ .....	126
4.1 Le test du $\chi^2$ d'indépendance .....	126
4.1.1 Principe .....	126
4.1.2 Présentation générale .....	129
4.2 Le test du $\chi^2$ d'homogénéité des proportions dans plusieurs populations .....	130
4.2.1 Objet et logique sur la base d'un exemple.....	130
4.2.2 Cas général .....	134
5. Remarques à propos des tests du $\chi^2$ des paragraphes précédents.....	137
6. Test de normalité pour petits échantillons : le test de Kolmogorov-Smirnov .....	141
7. Une méthode visuelle pour vérifier l'adéquation à une loi continue .....	146
<b>Chapitre 5 - TESTS SUR UN OU DEUX PARAMÈTRES POPULATIONNELS</b> .....	149
1. Tests bilatéraux vs unilatéraux.....	149
1.1 Tests bilatéraux.....	149
1.2 Tests unilatéraux.....	150
2. La démarche de test: cas général .....	151
3. Exemple 1: Un test unilatéral sur une proportion.....	152

4. Exemple 2: Un test unilatéral sur une moyenne.....	156
4.1 Le test.....	156
4.2 La loi de Student.....	158
4.2.1 Présentation.....	158
4.2.2 Utilisation de la table 5.1.....	159
5. Exemple 3: Un second test unilatéral sur une moyenne.....	162
6. Exemple 4: Un test bilatéral sur une moyenne.....	163
7. Exemple 5: Un test unilatéral sur deux moyennes sur la base d'échantillons indépendants.....	166
7.1 Le test sur les moyennes.....	166
7.2 Le test sur les variances.....	168
7.3 La loi de Fisher-Snedecor.....	169
7.3.1 Présentation.....	169
7.3.2 Utilisation de la table 5.2.....	170
8. Exemple 6: Un test unilatéral sur deux moyennes pour deux échantillons appariés.....	178
9. Pour simplifier la procédure de test: réaliser des tests unilatéraux au moyen de tests bilatéraux.....	181
9.1 Comparaison des résultats aux tests uni et bilatéraux.....	181
9.2 Réaliser un test unilatéral par l'intermédiaire d'un test bilatéral.....	182
9.3 Deux exemples.....	184
10. Retour sur les significations logiques de p et $\alpha$ .....	185
10.1 Signification de la p-value.....	185
10.2 Relation entre $\alpha$ et p.....	186
10.3 Choix de $\alpha$ .....	186
11. Quelques contraintes pour que ça marche.....	186
<b>Chapitre 6 - L'ESTIMATION.....</b>	<b>189</b>
1. Introduction.....	189
2. L'estimation ponctuelle.....	190
2.1 Première qualité d'un indice statistique servant à estimer un paramètre : l'absence de biais.....	190
2.2 Deuxième qualité d'un indice statistique servant à estimer un paramètre populationnel : avoir une variance faible.....	195
2.3 Absence de biais et variance minimale : l'efficacité.....	196
3. L'estimation par intervalles de confiance.....	197
4. Relations entre tests d'hypothèses et intervalles de confiance.....	199
<b>Partie 3 - PRATIQUE DES TESTS ET ESTIMATIONS SUR UN OU DEUX PARAMÈTRES POPULATIONNELS</b>	
<b>Chapitre 7 - EXERCICES CORRIGÉS SUR LE CHAPITRE 5.....</b>	<b>203</b>
1. Enoncé 1 (une proportion $\pi$ ).....	204
2. Enoncé 2 (deux proportions $\pi_1$ et $\pi_2$ ).....	205
3. Enoncé 3 (une moyenne $\mu$ ).....	207
4. Enoncé 4 (deux moyennes $\mu_1$ et $\mu_2$ à partir d'échantillons appariés).....	210
5. Enoncé 5 (deux moyennes $\mu_1$ et $\mu_2$ et deux variances $\sigma_1^2$ et $\sigma_2^2$ à partir d'échantillons indépendants).....	214
6. Enoncé 6 (une moyenne $\mu$ , une variance $\sigma^2$ , deux moyennes $\mu_1$ et $\mu_2$ à partir d'échantillons indépendants et appariés).....	217
<b>Chapitre 8 - PROBLÈMES CORRIGÉS.....</b>	<b>225</b>
1. Problème 1.....	225
2. Problème 2.....	229

3. Problème 3 .....	235
4. Problème 4 .....	240
5. Problème 5 .....	243
6. Problème 6 .....	250

## Partie 4 - COMPLÉMENTS ET APPROFONDISSEMENTS

<b>Chapitre 9 - QUELQUES TESTS NON PARAMÉTRIQUES</b> .....	259
1. Détail de la logique sur un exemple: le test de Wilcoxon pour deux échantillons indépendants ....	260
2. Le test de Wilcoxon pour deux échantillons indépendants : résumé .....	265
2.1 Descriptif.....	265
2.2 Utilisation de la table 1 de l'annexe 2 .....	266
2.3 Remarques .....	266
2.4 Un exemple.....	267
3. Le test de Wilcoxon pour deux échantillons appariés .....	269
3.1 Le test .....	269
3.2 Utilisation de la table 2 de l'annexe 2 .....	270
3.3 Remarques .....	271
4. Le test du signe (échantillons appariés).....	271
4.1 Le test .....	271
4.2 Remarques .....	272
4.3 Un exemple d'utilisation des tests de Wilcoxon apparié et du signe .....	272
5. Le test de dépendance monotone de Spearman .....	276
5.1 Le test.....	276
5.2 Utilisation de la table 3 de l'annexe 2 .....	277
5.3 Un exemple.....	277
6. Le test d'indépendance de Irwin-Fisher .....	279
6.1 Logique et exemple.....	279
6.2 Le test d'Irwin-Fisher comme précurseur aux approches statistiques basées sur des calculs intensifs par ordinateur .....	281
<b>Chapitre 10 - PRÉCISIONS ET COMPLÈMENTS SUR LES TESTS D'HYPOTHÈSES</b> .....	285
1. Détermination de la distribution d'échantillonnage de la variable aléatoire T associée à l'indice d'accord à H <sub>0</sub> (t) .....	286
1.1 Détails de la réflexion dans le cas du test d'une proportion .....	286
1.2 Les grandes lignes pour généraliser à d'autres tests .....	289
2. Une autre manière de décider: utiliser une région de rejet de H <sub>0</sub> (ou région critique).....	293
2.1 Introduction.....	293
2.2 Exemples .....	296
3. Choix des seuils de tests $\alpha$ et relations entre ceux-ci et p.....	300
3.1 Le seuil du test $\alpha$ .....	300
3.2 La p-value .....	301
3.3 Conséquence : rejeter H <sub>0</sub> si $p < \alpha$ .....	302
4. Relations entre tests uni- et bilatéraux .....	302
4.1 Relations à partir des p-value .....	302
4.2 Relations à partir des régions de rejet .....	303
4.3 Conclusion : n'utiliser que des tests bilatéraux ? .....	304
5. Compléments : risques de première et deuxième espèce; puissance .....	305
5.1 Les risques de première et deuxième espèces .....	305
5.2 La fonction puissance d'un test .....	307
5.2.1 Définition .....	307
5.2.2 Un exemple détaillée de l'étude de la puissance : test sur une proportion.....	308
5.2.3 Des enseignements pratiques de l'étude de la puissance .....	314

## ANNEXES

<b>Annexe A1 - FORMULAIRE POUR LES PRINCIPAUX TESTS ET INTERVALLES DE CONFIANCE SUR UN OU DEUX PARAMÈTRES</b> .....	323
A1.1 Comparaison d'une proportion à une valeur de référence .....	324
A1.2 Comparaison de deux proportions pour échantillons indépendants de tailles importantes .....	324
A1.3 Comparaison d'une moyenne à une valeur de référence.....	325
A1.4 Comparaison d'une variance à une valeur de référence.....	326
A1.5 Comparaison de deux variances .....	327
A1.6 Comparaison de deux moyennes pour échantillons indépendants.....	328
A1.7 Comparaison de deux moyennes pour échantillons appariés .....	329
A1.8 Comparaison d'un coefficient de corrélation à zéro .....	331
A1.9 Comparaison d'un coefficient de corrélation à une valeur de référence.....	331
A1.10 Comparaison de deux coefficients de corrélation indépendants.....	332
A1.11 Comparaison de deux coefficients de corrélation non indépendants .....	333
<b>Annexe A2 - TABLES STATISTIQUES POUR LES TESTS NON PARAMÉTRIQUES</b> .....	335
A2.1 - Test de Wilcoxon pour échantillons indépendants.....	335
A2.2 - Test de Wilcoxon pour échantillons appariés .....	343
A2.3 - Test de corrélation des rangs de Spearman .....	346
<b>GLOSSAIRE DES PRINCIPAUX SYMBOLES</b> .....	349
1. Lettres grecques .....	349
2. Lettres latines.....	349
3. Autres .....	351
<b>INDEX</b> .....	353